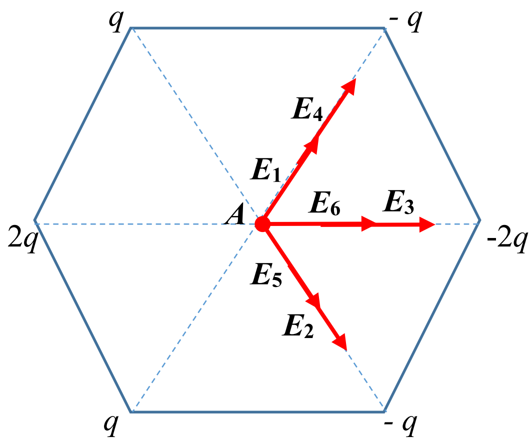
PRIRODNO – MATEMATIČKI FAKULTET

DRUŠTVO MATEMATIČARA I FIZIČARA CRNE GORE

OLIMPIJADA ZNANJA 2023

takmičenje iz FIZIKE
za IX razred osnovne škole

1. Da bismo našli rezultujući vektor jačine električnog polja u tački A, počećemo od traženja jačine polja koje stvaraju naelektrisanja u vrhovima šestougla (2 poena).



Intenziteti vektora $\boldsymbol{E_1}$, $\boldsymbol{E_2}$, $\boldsymbol{E_4}$ i $\boldsymbol{E_5}$ su jednaki i iznose (2 poena):

$$E_1 = E_2 = E_4 = E_5 = k\frac{q}{a^2} = 9 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Vektori $\boldsymbol{E_3}$ i $\boldsymbol{E_6}$ imaju takođe isti intenzitet (2 poena):

$$E_3 = E_6 = k\frac{2q}{a^2} = 18 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Sa gornje slike se vidi da parovi vektora $\boldsymbol{E_1}$ i $\boldsymbol{E_4}$, $\boldsymbol{E_2}$ i $\boldsymbol{E_5}$, $\boldsymbol{E_3}$ i $\boldsymbol{E_6}$ imaju isti pravac i smjer (2 poena). Svaki par se može zamijeniti sa po jednim vektorom čiji su intenziteti (3 poena):

$$E_{14} = E_1 + E_4 = 18 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

$$E_{25} = E_2 + E_5 = 18 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

$$E_{36} = E_3 + E_6 = 36 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

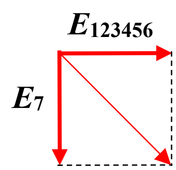
Vektori $\boldsymbol{E_{14}}$ i $\boldsymbol{E_{25}}$ grade paralelogram, pri čemu zaklapaju između sebe ugao od 120° (2 poena). Dužina dijagonale paralelograma predstavlja rezultantu vektora jačine električnog polja za ove vektore. Intenzitet rezultante $\boldsymbol{E_{1245}}$ će biti (3 poena):

$$E_{1245} = E_{14} = E_{25} = 18 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Pošto se pravac i smjer vektora $\boldsymbol{E}_{1245}$ poklapa sa pravcem i smjerom vektora $\boldsymbol{E}_{36}$, dobijamo da je intenzitet rezultujućeg vektora jačine električnog polja $\boldsymbol{E}_{123456}$ koje stvaraju naelektrisanja raspoređena po tjemenima šestougla jednak (2 poena):

$$E_{123456} = E_{1245} + E_{36} = 54 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Pravac i smjer ovog vektora se poklapa sa pravcem i smjerom vektora $\boldsymbol{E}_3$ i $\boldsymbol{E}_6$ (2 poena). Pošto je naelektrisanje q_7 pozitivno, možemo predstaviti grafički pravac i smjer odgovarajućih vektora jačine električnog polja (2 poena):



Dakle, intenzitet rezultujućeg vektora jačine električnog polja u tački A je (3 poena):

$$E_r = \sqrt{E_7^2 + E_{123456}^2} = 27\sqrt{5} \cdot 10^5 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

2. Kada je prekidač u položaju kao na slici, tada su otpornici R_1, R_2 i R_3 vezani redno (1 poen), tako da je njihov ekvivalentni otpor tada jednak $R_{123} = R_1 + R_2 + R_3$ (1 poen), a jačina struje kroz izvor je: (2 poena)

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{123}} = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Kada se prekidač prebaci u položaj 1, otpornici R_2 i R_2 su vezani paralelno (1 poen), tako da je njihov ekvivalentni otpor $R_2' = R_2/2$ (1 poen). Otpornici R_1, R_2' i R_3 su vezani redno, tako da je jačina struje kroz izvor jednaka: (2 poena)

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2/2 + R_3}$$

Kada se prekidač prebaci u položaj 2, otpornici R_1 i R_2 su vezani redno (1 poen), tako da je njihov ekvivalentni otpor $R_{12} = R_1 + R_2$ (1 poen). Otpornik R_3 je premošćen, tako da ne učestvuje u ukupnom otporu cijelog kola. Jačina struje kroz izvor je tada: (2 poena)

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2}$$

Iz prve jednačine dobijamo da je: (1 poen)

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{\varepsilon}{I} = 6000\ \Omega$$

Iz druge jednačine dobijamo da je: (1 poen)

$$R_1 + R_2/2 + R_3 = \frac{\varepsilon}{I_1} = 5000\ \Omega$$

Ako oduzmemo prethodne dvije jednačine, dobija se: (3 poena)

$$\frac{R_2}{2} = 1000\ \Omega$$

Dakle, otpor $R_2 = 2000\ \Omega$ (2 poena).
Iz treće jednačine se dobija da je: (2 poena)

$$R_1 + R_2 = \frac{\varepsilon}{I_2} = 3000\ \Omega$$

Odavde se dobija da je otpor $R_1 = 1000\ \Omega$ (2 poena).
Zamjenom u neku od gornjih jednačina dobija se da je otpor $R_3 = 3000\ \Omega$ (2 poena).

3. Neka su p_1 i l_1 udaljenost predmeta i lika od sočiva kada se dobija lik veličine h', a p_2 i l_2 udaljenost predmeta i lika od sočiva kada se dobija lik veličine h''.
U prvom slučaju jednačina sočiva se može napisati u obliku (2 poena):

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{l_1} = f$$

Odavde slijedi da je (2 poena):

$$p_1 l_1 = f(p_1 + l_1)$$

Analogno, u drugom slučaju važi (2 poena):

$$p_2 l_2 = f(p_2 + l_2)$$

Pošto su položaji predmeta i ekrana fiksirani važi da je (3 poena):

$$p_1 + l_1 = p_2 + l_2$$

Odavde dobijamo (2 poena):

$$p_1 l_1 = p_2 l_2$$

Kombinacijom prethodne dvije jednačine nalazimo (3 poena):

$$p_1 + l_1 = p_2 + l_2 = \frac{p_1 l_1}{l_2} + l_2$$

$$p_1 - \frac{p_1 l_1}{l_2} = l_2 - l_1$$

$$p_1(l_2 - l_1) = l_2(l_2 - l_1)$$

Na osnovu prethodnog mora da važi (2 poena):

$$p_1 = l_2$$

Analogno se dobija (2 poena):

$$p_2 = l_1$$

Uvećanje sočiva u prvom i u drugom slučaju je (2 poena):

$$\frac{P}{h'} = \frac{p_1}{l_1}$$

$$\frac{P}{h''} = \frac{p_2}{l_2}$$

Množenjem lijeve i desne strane prethodne dvije jednačine dobijamo (2 poena):

$$\frac{P^2}{h'h''} = \frac{p_1 p_2}{l_1 l_2} = 1$$

Dakle, veličina predmeta je (3 poena):

$$P = \sqrt{h'h''} = 3 \text{ mm}$$

4. Na osnovu Faradejevog zakona elektromagnetne indukcije elektromotorna sila koja se indukuje u ramu je jednaka (2 poena):

$$\varepsilon = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t}$$

gdje je $\Delta\Phi$ promjena magnetnog fluksa kroz ram.
Pošto je na osnovu Omovog zakona $\varepsilon = IR$, važi da je (2 poena):

$$\varepsilon = \frac{\Delta q}{\Delta t} R$$

Protekla količina naelektrisanja kroz ram je jednaka (2 poena):

$$\Delta q = \frac{|\Delta\Phi|}{R}$$

Promjena magnetnog fluksa kroz ram će biti jednaka (2 poena):

$$|\Delta\Phi| = B\Delta S = B(S_2 - S_1)$$

Početna površina rama je (2 poena):

$$S_1 = a^2 = 0.09 \text{ m}^2$$

U drugom slučaju odnos površina dva kvadrata je (2 poena):

$$b^2 : c^2 = 1 : 4$$

Obim kvadrata mora da se održava. Dakle važi da je (3 poena):

$$4b + 4c = 4 \cdot 0.3 \text{ m} = 1.2 \text{ m}$$

$$b + c = 0.3 \text{ m}$$

Zamjenom $c = 2b$ dobijamo da je b = 10 cm i c = 20 cm (2 poena). Dakle važi da je (2 poena):

$$S_2 = b^2 + c^2 = 0.05 \text{ m}^2$$

Promjena magnetnog fluksa je (3 poena):

$$|\Delta\Phi| = 0.02 \text{ Wb}$$

Protekla količina naelektrisanja kroz ram je (3 poena):

$$\Delta q = \frac{0.02 \text{ Wb}}{2\ \Omega} = 10 \text{ mC}$$